令和２年度 全国学力・学習状況調査

使ってみよう！

学力調査

調査問題活用の参考資料

中学校
数学

令和２年10月

NIER

国立教育政策研究所教育課程研究センター

令和２年度　全国学力・学習状況調査　調査問題活用の参考資料
中学校　数学

目　次

中学校数学「調査問題活用の参考資料」の見方

本資料について

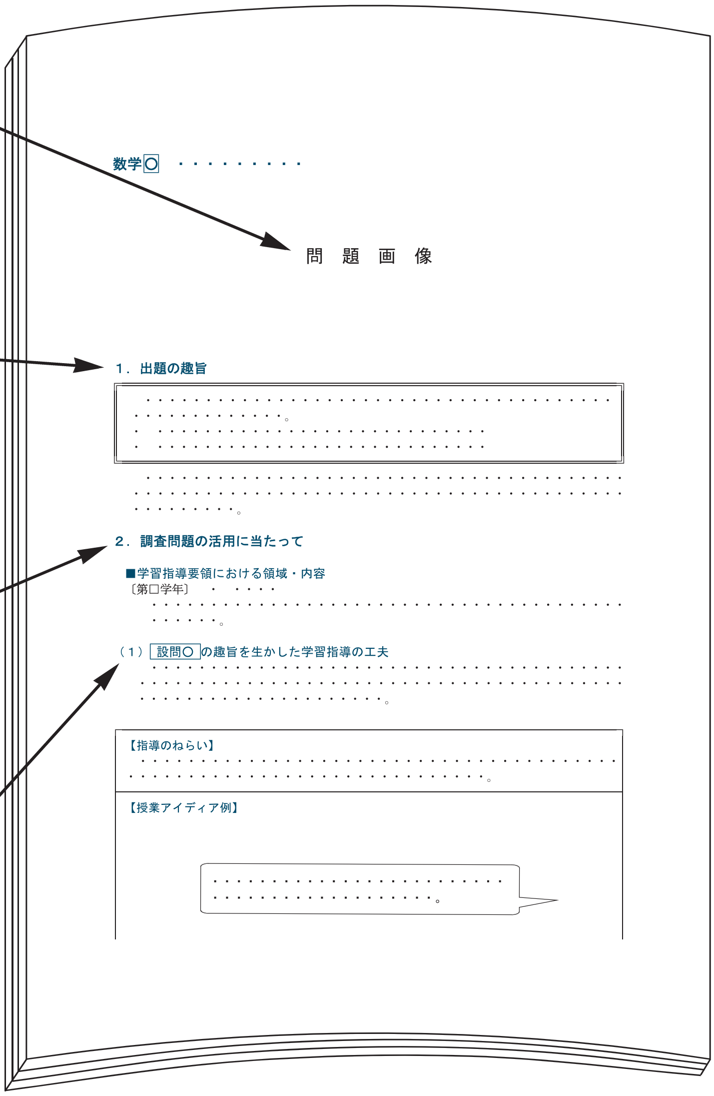
本資料は，令和２年度全国学力・学習状況調査の調査問題を活用して，日々の学習指導の改善・充実を図ることができるように，調査問題の趣旨を生かした学習指導の工夫の例を示したものです。令和２年度については，新型コロナウイルス感染症に係る学校教育への影響等を考慮し，調査は実施しないこととしましたが，各教育委員会や学校等において，組織的・継続的な取組を展開する際の参考となるように作成しました。

調査問題を縮小して掲載しています。
※著作権の都合により一部を省略しているものもあります。

１．出題の趣旨
問題ごとに，出題の意図，把握しようとする力，場面設定などについて記述しています。
※解説資料の内容を一部再掲しています。

２．調査問題の活用に当たって
学習指導要領における領域・内容及び学習指導の工夫の例を示しています。

設問の趣旨を生かした学習指導の工夫
設問の趣旨に基づいた授業アイディア例や活用のポイントを記述しています。



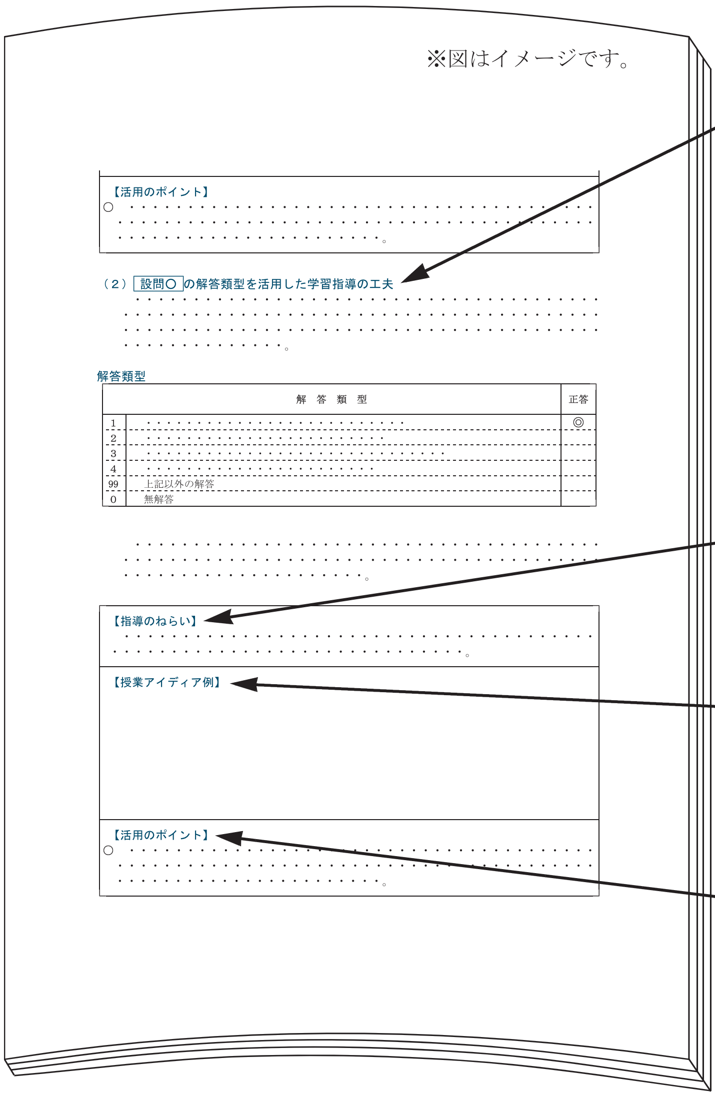
解答類型とは

解答類型は，生徒一人一人の具体的な解答状況を把握することができるように，設定する条件等に即して解答を分類，整理したものです。正誤だけではなく，生徒一人一人の解答の状況（どこでつまずいているのか）等に着目した学習指導の改善・充実を図る際に活用することができます。

＜正答＞
「◎」… 解答として求める条件を全て満たしている正答
「○」… 問題の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

特徴

中学校数学「調査問題活用の参考資料」では，学習指導の改善・充実を図ることができるように，教科の指導内容において大切にしたいことを設問の趣旨から捉えた学習指導の工夫の例や，反応率が高くなると予想される解答類型に基づき生徒のつまずきを捉えた学習指導の工夫の例を示しています。



解答類型を活用した学習指導の工夫
解答類型に基づいた授業アイディア例や活用のポイントを記述しています。

【指導のねらい】
生徒に身に付けさせたい力を記述しています。

【授業アイディア例】
調査問題の趣旨を生かした授業のアイディアの一例を示しています。

【活用のポイント】
調査問題の活用に当たって，参考となる情報や指導上の留意点等を記述しています。

過去の調査の解説資料，報告書や授業アイディア例など，これまで作成した資料については，国立教育政策研究所のウェブサイトに掲載しています。

https://www.nier.go.jp/kaihatsu/zenkokugakuryoku.html

中学校　数学

数学 2 文字を用いた式

2 ２けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とするとき，その２けたの自然数を，x，y を用いた式で表しなさい。

１．出題の趣旨

数量及び数量の関係を捉え説明する場面において必要となる，次のことができるかどうかをみる。
・事象に即して解釈したことを数学的に表現すること
・数量を文字を用いた式に表すこと

数量及び数量の関係を捉え説明する場面では，事柄が成り立つ理由について筋道を立てて考え説明するために，事象における数量やその関係を文字を用いた式に表すことが大切である。

本問は，２けたの自然数を文字を用いた式に表すことができるかどうかをみる問題である。文字を用いた式は，数量やその関係を簡潔・明瞭に，しかも一般的に表現することができる。文字を用いて式に表すことは，文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明したり，形式的な処理を施して得られた結果やその過程から新たな関係を見いだしたりする際に必要であることから出題した。

なお，２けたの自然数を文字を用いた式に表す際に，十進位取り記数法による数の表し方を確認することが大切である。

２．調査問題の活用に当たって

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　A　数と式

(2)　文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を培うとともに，文字を用いた式の計算ができるようにする。

ア　文字を用いることの必要性と意味を理解すること。

（１）本問の解答類型を活用した学習指導の工夫

本問では，数に関する性質を考察する際の，事象における数量やその関係を文字を用いた式に表すことを求めている。解答類型については，次のとおりである。

解答類型

	解　答　類　型		正答
1	$10x+y$	と解答しているもの。	◎
2	xy	と解答しているもの。	
3	$x+y$	と解答しているもの。	
4	$10xy$	と解答しているもの。	
99	上記以外の解答		
0	無解答		

本問では，数量を文字を用いた式に表すことができないことが考えられ，特に解答類型２の反応率が高くなることが，過年度調査の結果から予想される。このことを踏まえて，次のような指導事例を紹介する。

【指導のねらい】

数量を文字を用いた式に表すことができるようにする。

【授業アイディア例】

すべての２けたの自然数を，１つの式で表してみましょう。

１．２けたの自然数を１つの式で表すために，２けたの自然数の仕組みを確認する。

教師

２けたの自然数をいくつかあげてみましょう。

23，38，62とかです。

２けたの自然数はたくさんあります。

２けたの自然数はたくさんありますね。たくさんある２けたの自然数を，１つの式で表すことはできるのでしょうか。

たくさんあるから
できないのではないかな。

１つの式で表すということは
どういうことかな。

２けたの自然数はどのような仕組みになっているのでしょうか。調べてみましょう。

２けたの自然数は十の位と一の位から
できているよ。例えば，23なら
十の位は２で，一の位は３だね。

23は20＋３と
表すことができるよ。

位の数を考えると，23は10×２＋１×３と表すことができるね。

38だったら，10×３＋１×８と表すことができるよ。

２けたの自然数の仕組みがわかってきましたね。この仕組みを基に，位の数に着目することで，１つの式に表せませんか。

十の位の数と一の位の数は
いろいろと変わるね。

２けたの自然数は，十の位は
１から９までの数が入って，
一の位は０から９までの数が
入るよ。

<２けたの自然数の仕組みについて>

$23 = 20 + 3 = 10 \times \boxed{2} + 1 \times \boxed{3}$

$38 = 30 + 8 = 10 \times \boxed{3} + 1 \times \boxed{8}$

$62 = 60 + 2 = 10 \times \boxed{6} + 1 \times \boxed{2}$

十の位の数　一の位の数

２けたの自然数は，10×(十の位の数)＋１×(一の位の数)と
表すことができるね。

２けたの自然数は１つの式で表せそうだね。

2．2けたの自然数について，文字を用いた式で表す。

2けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y として，2けたの自然数を文字を用いた式で表してみましょう。

$10x+y$ だと思うよ。

位の数を並べて xy と表したよ。

文字を用いた式の表し方で考えると，xy は $x \times y$ のことだよね。例えば，2けたの自然数23のとき $x=2$，$y=3$ として代入すると，2×3 で6となり，23にはならないね。

そうか。だから，2けたの自然数を xy と表すことはできないね。

$10x+y$ と表せば，$x=2$，$y=3$ を代入すると，$10\times 2+3$ で23になり，確かに2けたの自然数23になるね。

2けたの自然数は xy ではなく，$10\times$（十の位の数）$+1\times$（一の位の数）という仕組みを文字を使った式に表して，$10x+y$ と表せるね。

$10x+y$ という1つの式で，2けたの自然数すべてを表しているといってよいでしょうか。

2けたの自然数は10から99まであるね。$10x+y$ はそれらすべてを表しているのかな。

$10x+y$ の x には1から9までの数を，y には0から9までの数を代入して考えれば，2けたの自然数すべてを表すことができるよ。

位の数を文字を用いて表すことで，2けたの自然数すべてを1つの式で表すことができたね。

・$10x+y$ は10から99までの2けたの自然数すべてを表しているのかな

$x=1$，$y=0$ のとき	$10\times 1+0=10$
⋮	⋮
$x=2$，$y=3$ のとき	$10\times 2+3=23$
⋮	⋮
$x=6$，$y=2$ のとき	$10\times 6+2=62$
⋮	⋮
$x=9$，$y=9$ のとき	$10\times 9+9=99$

2けたの自然数の仕組みから，文字を用いた式で表すことができましたね。$10x+y$ という1つの式で，2けたの自然数すべてを表しているということがわかりましたね。

【活用のポイント】

○　数量及び数量の関係について文字を用いた式で表す際には，具体的な数や言葉で表された式を利用して，文字を用いた式で表すことができるようにすることが大切である。

○　$10x+y$ のように，2けたの自然数を文字を用いた式で表すことができた後に，3けたの自然数の場合はどうなるかを発展的に考察する活動を取り入れることも考えられる。

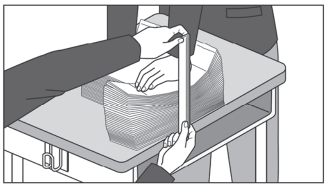
○　本事例の内容は，第2学年における数に関する性質について一般的に成り立ちそうな事柄を見いだし，その事柄が成り立つことを文字を用いた式で説明するといった学習場面につながることを意識して指導することが大切である。

数学6　事象の数学的な解釈と問題解決の方法（紙パック）

6　第一中学校では，リサイクルの取り組みとして容量が1000 mL の紙パックを集めています。生徒会役員の大輝さんと菜月さんは，紙パックを集める期間を１か月間とし，集まった紙パックの枚数を，全校生徒に報告しようと考えています。

最初の４日間で集まった紙パックの枚数が思っていたよりも多かったので，二人は，１か月間で集まった紙パックの枚数を全部数えるのは大変だと思いました。そこで，二人は，４日間で集まった紙パックの枚数を，次のようにして求めました。

大輝さんの求め方

> ４日間で集まった紙パックの合計の厚さは16.2 cm でした。
>
> 
>
> その中から取り出した，紙パック10枚の厚さは0.8 cm だったので，紙パック１枚の厚さをすべて0.08 cm と考えると，
> 　16.2 ÷ 0.08 = 202.5
> したがって，４日間で集まった紙パックの枚数は約203枚です。

菜月さんの求め方

> ４日間で集まった紙パックの合計の重さは5742 g でした。
> その中から取り出した，紙パック１枚の重さは30.0 g だったので，紙パック１枚の重さをすべて30.0 g と考えると，
> 　5742 ÷ 30 = 191.4
> したがって，４日間で集まった紙パックの枚数は約191枚です。

次の（1），（2）の各問いに答えなさい。

（1）前ページの**大輝さんの求め方**のように，紙パック10枚の厚さがわかっているとき，紙パックの枚数を求めるために，次のような考えが使われています。

> 紙パックの枚数を全部数えなくても，紙パックの合計の □ を調べれば，紙パックの枚数が求められるので，枚数を □ に置きかえて考える。

上の □ には，同じ言葉が当てはまります。その言葉を書きなさい。

（2）二人は，７ページの**菜月さんの求め方**をもとに，１か月間で集まった紙パックの合計の重さが何 g であっても，集まった紙パックの枚数を求められるようにしたいと思いました。そこで，**菜月さんの求め方**から，集まった紙パックの枚数と紙パックの合計の重さの関係を，次の式で表しました。

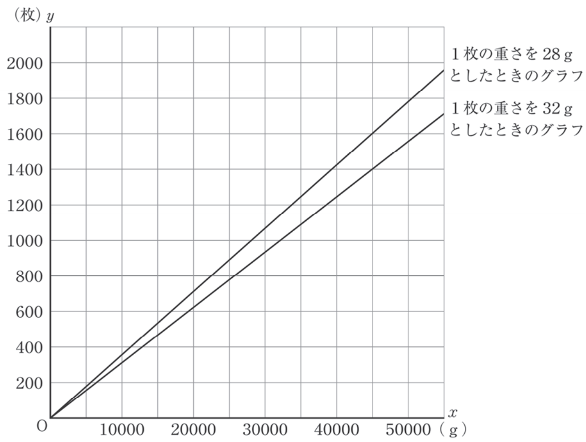
> （紙パックの枚数）＝（紙パックの合計の重さ）÷（紙パック１枚の重さ）

また，二人は，紙パック１枚の重さに違いがあるのではないかと思いました。そこで，集まった紙パックの中から何枚か取り出してそれぞれの重さをはかってみたところ，紙パックによって，１枚の重さが異なることがわかりました。その中で，最も軽かった紙パックは28 g，最も重かった紙パックは32 g でした。二人は，紙パック１枚の重さを28 g としたときと，32 g としたときの紙パックの枚数について話し合っています。

> 大輝さん「式を使えば，紙パックの合計の重さをもとに紙パックの枚数がそれぞれ求められるね。」
> 菜月さん「紙パック１枚の重さを28 g としたときと，32 g としたときでは，求められる紙パックの枚数に違いがあるのではないかな。」

集まった紙パックの合計の重さを x g としたときの，紙パックの枚数を y 枚とします。二人は，紙パック１枚の重さを28 g としたときと，32 g としたときの x と y の関係を，それぞれ次のような比例のグラフに表しました。

紙パックの合計の重さと枚数



１か月間で集まった紙パックの合計の重さを45000 g とします。このとき，紙パックの枚数の違いがおよそ何枚になるかは，上のグラフから求めることができます。その方法を説明しなさい。ただし，実際に枚数の違いを求める必要はありません。

１．出題の趣旨

> 事象における数量の関係を見いだし考察する場面において，次のことができるかどうかをみる。
> ・事象の特徴を的確に捉えること
> ・数学的に表現したことを事象に即して解釈すること
> ・問題解決の方法を数学的に説明すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では，事象から必要な情報を選択したり，グラフを事象に即して捉えたりして，数学的な結果を事象に即して解釈することが求められる場合がある。その際，問題解決の方法を考え，それを数学的に説明することが大切である。

本問では，集まった紙パックの枚数を直接数えずに求める場面を取り上げた。この場面において，比例の関係を基に紙パックの厚さを調べて枚数を求める状況を設けた。さらに，１か月間で集まった紙パックの合計の重さを45000 gとしたとき，紙パック１枚の重さを28 gとした場合と32 gとした場合では，求められる紙パックの枚数にどのくらいの違いがあるかについて求める方法を，グラフを用いて説明する文脈を設定した。

２．調査問題の活用に当たって

（１）設問（１）の趣旨を生かした学習指導の工夫

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　C　関数

(1)　具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，比例，反比例の関係についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

オ　比例，反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

【指導のねらい】

事象における数量の関係を見いだし，それを的確に捉えることができるようにする。

【活用のポイント】

○　紙パックの枚数を直接数えずに求めるために，紙パックの枚数に関係する他の数量を使って調べられないかと考えて事象を観察し，伴って変わる２つの数量を見いだす場面を設定することが大切である。

○　見いだした２つの数量における比例の関係を基に，紙パックの枚数を表，式，グラフなどを利用して調べる場面を設定することが大切である。

（２） 設問（２） の解答類型を活用した学習指導の工夫

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　C　関数

(1)　具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，比例，反比例の関係についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

エ　比例，反比例を表，式，グラフなどで表し，それらの特徴を理解すること。

オ　比例，反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

設問（２）では，事象における数量の関係を見いだし考察する場面において，問題解決の方法について説明することを求めている。

紙パック１枚の重さを28 gとしたときと，32 gとしたときでの求められる紙パックの枚数の違いを調べるために，グラフを用いることとし，その「用い方」について数学的に説明するものである。その際，グラフの「用い方」として，紙パックの合計の重さが45000 gであることから，グラフのx座標が45000である点に着目することを明示する必要がある。その上で，x座標が45000である点のyの値の差を求めることや，２点間のy軸方向の距離を読むことを記述する必要がある。解答類型については，次のとおりである。

解答類型

	解　答　類　型	正答
	（正答の条件） 次の(a)，(b)又は(a)，(c)について記述しているもの。 (a)　１枚の重さを28 gとしたときのグラフと１枚の重さを32 gとしたときのグラフのx座標が45000である点に着目すること。 (b)　上記(a)に対応するyの値の差を求めること。 (c)　上記(a)に対応する２点間のy軸方向の距離を読むこと。	
1	(a)，(b)について記述しているもの。 （正答例）・　１枚の重さを28 gとしたときのグラフと１枚の重さを32 gとしたときのグラフについて，xの値が45000のときのyの値の差を求める。	◎
2	(a)について，xを用いた記述がなく，(b)について記述しているもの。 （正答例）・　２つのグラフが45000 gのときのyの値の差を求める。 ・　45000 gのときのyの値の差を求める。	○
3	(b)についての記述が十分でなく，(a)について記述しているもの。 （正答例）・　２つのグラフのxの値が45000のとき，枚数の差を求める。 ・　２つのグラフのxの値が45000のときのyの値を読む。	○
4	(a)，(c)について記述しているもの。 （正答例）・　１枚の重さを28 gとしたときのグラフと１枚の重さを32 gとしたときのグラフについて，xの値が45000のときの２点間のy軸方向の距離を読む。	◎
5	(a)について，xを用いた記述がなく，(c)について記述しているもの。 （正答例）・　２つのグラフが45000 gのときの２点間の縦方向の距離を読む。	○
6	(c)についての記述が十分でなく，(a)について記述しているもの。 （正答例）・　２つのグラフのx座標が45000のときの縦方向の距離を読む。	○

7	(a)について，xを用いた記述がなく，(b)についての記述が十分でないもの。 （例）　・　２つのグラフが 45000 のときの枚数の差を求める。 　　　　・　２つのグラフが 45000 のときの y の値を読む。	
8	(a)について，xを用いた記述がなく，(c)についての記述が十分でないもの。 （例）　・　グラフが 45000 のときの縦方向の長さを読む。 　　　　・　２つのグラフが 45000 のときの２点間の長さを読む。	
9	(a)のみを記述しているもの。((a)について，xを用いた記述がないものを含む。) （例）　・　２つのグラフの x の値が 45000 のときを求める。	
10	(b)のみを記述しているもの。((b)についての記述が十分でないものを含む。) （例）　・　２つのグラフの y の値の差を求める。	
11	(c)のみを記述しているもの。((c)についての記述が十分でないものを含む。) （例）　・　２つのグラフの２点間の縦方向の距離を読む。	
12	グラフを用いることについて記述しているが，(a)，(b)，(c)について記述していないもの。 （例）　・　２つのグラフを見ればわかる。	
99	上記以外の解答	
0	無解答	

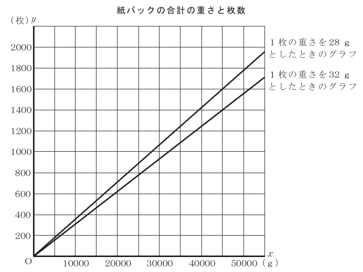
事柄を調べる方法や手順を説明する問題（方法・手順の説明）については，過年度調査の結果から，グラフにおいて着目すべきところについて指摘することができることはわかっている。よって，本設問においては，１枚の重さを 28 g としたときのグラフと，１枚の重さを 32 g としたときのグラフの x 座標が 45000 である点に着目しているが，「y の値の差を求める」ことや「２点間の y 軸方向の距離を読む」ことを表現することができないといった解答類型９の反応率が高くなることが予想される。このことを踏まえて，次のような指導事例を紹介する。

【指導のねらい】

事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することができるようにする。

【授業アイディア例】

紙パックの枚数は重さに比例しているという関係を利用して，１か月間で集まった紙パックのおよその枚数を調べようとしています。紙パック１枚の重さを，最も軽かった 28 g としたときと，最も重かった 32 g としたときの２つの比例のグラフをかくと，右のようになりました。



１．集まった紙パックの枚数の違いを比例のグラフを基に求める方法について見通しをもつ。

教師

このグラフからどんなことがわかりますか。

縦軸が枚数，横軸が重さを表しているグラフだね。

どちらも原点を通る右上がりの直線だね。

重さが増えると，それに伴って枚数も増えているね。

右にいくほど，２つのグラフの開きが大きくなっているよ。

２つの比例のグラフについて，その開きが大きくなっているというのは，重さ x が大きくなると，枚数 y はどのようになっているということですか。

重さが増えるほど，枚数の違いも大きくなるということです。

２つの y の差が大きくなっています。

集まった紙パックの重さを，例えば45000 g とします。そのとき，集まった紙パックの枚数の違いは，グラフからわかりそうですか。

45000 g のところを見るとわかりそうだね。

45000 g のところは，グラフのどこかな。

x が45000のところだよ。

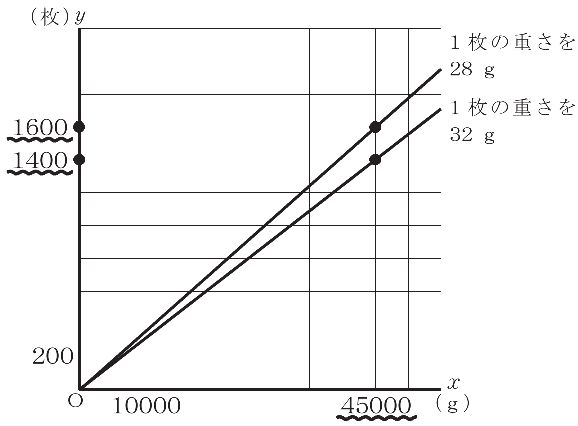
2．グラフのどこに着目し，どのように説明すればよいかを考える。

２つの比例のグラフにおいて，$x = 45000$ のところに着目して，紙パックの枚数の違いを求める方法について話し合いましょう。

$x = 45000$ のときの，２つの y のところを見ればわかるね。

1600 − 1400 を計算すればいいと思うよ。枚数の違いは200枚だ。

紙パックの合計の重さと枚数



２つの y のところを見ただけでは枚数の違いはわからないよ。

２つの y の値の差を計算すると枚数の違いがわかるということだね。

今，話し合ったことをまとめて，集まった紙パックの枚数の違いについて，求める方法を説明してみましょう。

２つの比例のグラフにおいて，$x = 45000$ のときの２つの y の値の差を求めることで，集まった紙パックの枚数の違いが200枚だとわかります。

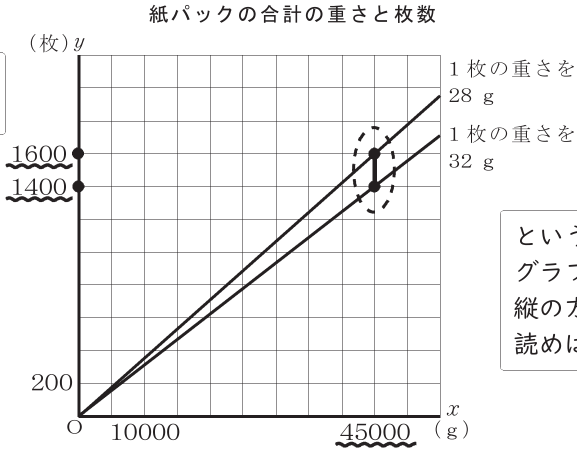
集まった紙パックの枚数の違いを求める方法は，グラフの２つの y の値の差を求めると説明できそうです。

最初は，グラフの45000のところを見ればわかると言っていましたが，２つの比例のグラフのどこをどのように見ればよいかということについて明らかにして，枚数の違いを求める方法を説明することができましたね。

２つの比例のグラフから紙パックの枚数の違いを求める他の方法はありませんか。

さっきは差を
求めたんだけど…。

$x=45000$ の
ときの，２つの
比例のグラフの
２点の間の長さを
見ればいいよ。
点線で囲んだとこ
ろだよ。



枚数の違いの
200 枚は
グラフでは
どこに表れて
いるのかな。

ということは，この
グラフの２点間の
縦の方向の長さを
読めばわかるね。

では，紙パックの枚数の違いを求める他の方法について説明してみましょう。

２つのグラフについて，x の値が 45000 のときの２点間の縦の方向の
長さを読むことでも，枚数の違いが 200 枚とわかります。

$x=45000$ のときの２つの比例のグラフにおいて，グラフの２点の間に着目して，
枚数の違いを求める方法についてまとめることができました。

３．問題解決の方法について，見通しを基にして振り返る。

集まった紙パックの枚数の違いを求める方法について，
最初の見通しと，まとめた方法について振り返ってみましょう。

最初はグラフの x が 45000
のところを見ればわかると
考えていたけど，方法の
説明として足りなかった。
説明に加えたことを，
ノートにまとめてみよう。

振り返り

　集まった紙パックの枚数の違いを求めるには，最初は，グラフの x が 45000 のところを見ればわかると考えていました。でも，解決するためにはグラフの $x=45000$ のときの２つの y の値の差を求めなければならないことがわかりました。グラフをどのように見るかについて，説明することが大切だとわかりました。

集まった紙パックの枚数の違いを求める方法について話し合いました。その中で，どのようにグラフを見ればよいか考え，グラフの見方について深めることができましたね。

【活用のポイント】

○　問題解決するためにグラフにおいて着目すべき点と，その着目した点をどのように見ると問題解決につながるかを確認することが大切である。

○　問題解決の方法を説明し合う場面を設定し，説明が不十分だった際には，どのように考えることが問題解決につながるかを検討することで，よりよい数学的な表現を用いた説明の仕方に気付くことができるようにすることが大切である。

○　最初に立てた方法の見通しと，問題解決に用いた方法について比較・検討するなどといった振り返りの場面を授業の最後に設定することが大切である。

数学7　条件を整理したり付加したりすることを通して，発展的に考察すること（三角形から四角形）

7　厚紙を三角形の形に切ります。その三角形を△ABCとするとき，次の**手順**で四角形をつくることができます。

手順

> ①　辺ACの中点に点Dをとる。
> ②　辺BC上に点Eをとる。ただし，点Eは点B，Cと重ならないものとする。
> ③　点Dと点Eを結んでできた線分DEにそって切る。
> ④　△DECを点Dを回転の中心として反時計回りに180°回転移動させる。

点Dは，辺ACの中点だから，ADとCDの長さは等しいので，ADとCDはぴったり重なります。△DECを，点Dを回転の中心として反時計回りに180°回転移動させた三角形を△DFAとすると，∠ADEと∠ADFの和は180°なので，点E，D，Fは一直線上にあります。これらのことから，上の**手順**により，四角形ABEFができることがわかります。

芽依さんは，四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えることにしました。

次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）芽依さんは，前ページの**手順**の②で，点Eを辺BC上にいろいろな位置に変えてとり，△ABCから四角形ABEFをつくり，四角形ABEFがどんな四角形になるかを調べることにしました。そこで，次のような**図1**をかき，さらに，△DECと合同な△DFAをかき加えた**図2**をかきました。

図1

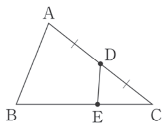
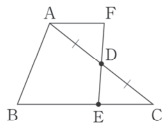


図2



芽依さんは，**図2**において，四角形ABEFはAF // BEの四角形になると予想しました。AF // BEとなることは，ある２つの角が等しいことからわかります。その２つの角を書きなさい。

（2）芽依さんは，次の**図3**のように，前ページの**図1**の△ABCにおいて，点Eを辺BCの中点にとった図をかき，その図をもとに，△DECと合同な△DFAをかき加えた**図4**をかきました。

図3

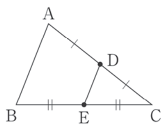
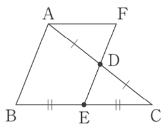


図4



芽依さんは，**図4**の四角形ABEFから，次のように予想しました。

予想

> △ABCにおいて，点Eを辺BCの中点としたとき，四角形ABEFは平行四辺形になる。

芽依さんは，上の**予想**が成り立つことを示すために，辺AFと辺BEの関係について調べました。

調べたこと

> ○　AF // BEであることはすでにわかっている。　……①
>
> ○　辺AFと辺BEについて，
> △DEC≡△DFAより，合同な図形の対応する辺が等しいから，
> CE＝AF　……②
> 点Eは辺BCの中点だから，
> BE＝CE　……③
> ②，③より，
> AF＝BEである。　……④

前ページの**調べたこと**の①と④をもとに，どのようなことがらを根拠にすると，**予想**が成り立つことがいえますか。下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

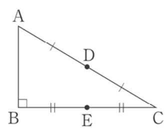
ウ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

（3）右の**図5**のように，12ページの**図1**の△ABCを，∠Bの大きさが90°である三角形に変え，点Eを辺BCの中点としたとき，△ABCからできる四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えます。

このとき，四角形ABEFは平行四辺形の特別な形になります。△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，四角形ABEFはどんな四角形になりますか。「～～ならば，……になる。」という形で書きなさい。

図5



１．出題の趣旨

図形の性質を考察する場面において，次のことができるかどうかをみる。 ・方針に基づいて解決すること ・筋道を立てて考えること ・発展的に考察し，新たに見いだした事柄を説明すること

図形の性質を考察する場面では，証明に用いた前提や証明の根拠，結論を整理することや新たに付加された条件の下で成り立つ事柄を考察することが大切である。

本問では，△ABCの辺BC上にとる点Eの位置や△ABCの形によって，四角形ABEFがどのような形になるかを考察する場面を取り上げた。具体的には，**手順**により△ABCからできる四角形ABEFは台形となることや，**手順**の②で点Eを辺BCの中点にとったときにできる四角形ABEFは平行四辺形となることについて，根拠を明らかにして判断する状況を設けた。さらに，△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eを辺BCの中点としたとき，四角形ABEFがどんな四角形になるか考察し，新たに見いだした事柄を数学的に表現する文脈を設定した。

２．調査問題の活用に当たって

■学習指導要領における領域・内容

設問(１)

〔第２学年〕　B　図形

(1)　観察，操作や実験などの活動を通して，基本的な平面図形の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめることができるようにする。

ア　平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること。

設問(２)，設問(３)

〔第２学年〕　B　図形

(2)　図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに，図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を養う。

ウ　三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり，図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

(１) 設問(１)，設問(２)，設問(３) の趣旨を生かした学習指導の工夫

本問を使って，例えば，次の**授業アイディア例①，②，③**のような３つの指導事例を紹介する。

授業アイディア例①　手順どおりに操作してできた四角形が台形になることや，**手順**に新たな条件を加えてできた四角形が平行四辺形になることを数学的に説明する活動

授業アイディア例②　△ABCの形を変えて，手順どおりに操作してできた四角形が長方形になることを数学的に説明する活動

授業アイディア例③　手順どおりに操作して特別な平行四辺形をつくるために，前提となる△ABCの形を考える活動と，できた四角形と新たに加えた条件を振り返り，図形間の関係を捉える活動

【指導のねらい】

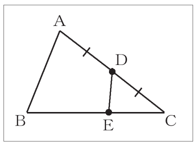
２直線に１つの直線が交わるとき，錯角が等しければ，２直線は平行になることを理解できるようにする。 設問(1)

根拠として用いられている平行四辺形になるための条件を理解できるようにする。 設問(2)

付加された条件の下で，新たな事柄を見いだし，説明できるようにする。 設問(3)

【授業アイディア例①】

△ABCの辺ACの中点をD，辺BC上の点をEとして，線分DEにそって切り，△DECを点Dを回転の中心として反時計回りに180°回転させたとき，どのような図形ができるかを考えてみましょう。



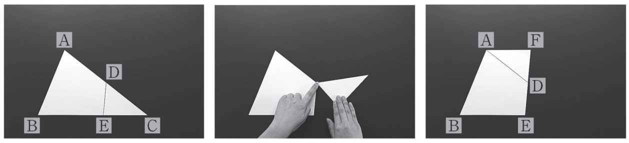
1．手順どおりに操作すると，どんな図形ができるかを予想し確かめる。

教師：△ABCを手順どおりに操作すると，どんな図形ができますか。

点Eを辺BC上のどこにとろうかな。

あっ，四角形になった。

実際の操作の様子



手順どおりに操作してできた図形が，四角形になるといってよいですか。

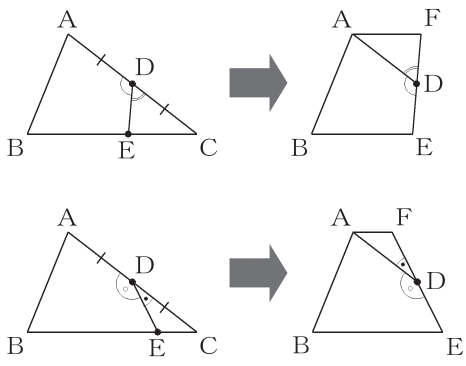
点Dは辺ACの中点なので，180°回転させるとADとCDはぴったり重なるね。点E，D，Fはまっすぐに並んでいるかな。

点E，D，Fが一直線上にあることをいうためには，∠ADEと∠ADFの和が180°となればいいね。

移動前は∠ADEと∠CDEの和は180°だね。△DECを回転させているので∠CDEと∠ADFは等しいから，移動後も∠ADEと∠ADFの和は180°になって，点E，D，Fは一直線上にあるといえるね。

だから，四角形になるといえるね。

最初の△ABC（移動前）　　できた図形（移動後）



できた四角形ABEFはどんな四角形ですか。

台形になっていると思う。

私のも台形になったよ。

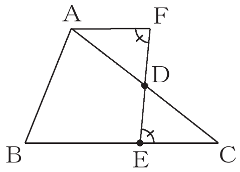
四角形ABEFが台形になるといってよいか調べてみましょう。

辺AFと辺BEが平行であることを示せばいいね。

平行であることを示すためには，錯角か同位角が等しいことをいえばいいね。

∠CEDと∠AFDは錯角だね。

△DECと△DFAは合同で∠CEDと∠AFDは等しいから，辺AFと辺BEが平行となるね。



四角形ABEFが台形になることの説明

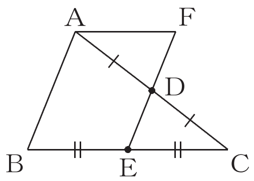
四角形ABEFにおいて，手順の④より，△DEC≡△DFA
合同な図形の対応する角は等しいので，∠DEC＝∠DFA
よって，錯角が等しいので，AF // BEである。
したがって，１組の向かい合う辺が平行な四角形なので，
四角形ABEFは台形となる。

2．点Eを辺BCの中点としたときにできる四角形ABEFについて考察する。

手順に「点Eを辺BCの中点にとる」という条件を加えます。四角形ABEFはどんな四角形になりますか。

また台形になると思うよ。

図をかいてみたら，平行四辺形ができたよ。



今度は平行四辺形になると予想できるね。

では，「点Eを辺BCの中点としたとき，四角形ABEFが平行四辺形になる」という予想が成り立つことを示しましょう。

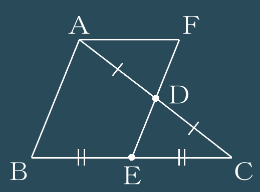
平行四辺形になるための条件がいえればいいね。

四角形ABEFが台形であることはすでにわかっているから，辺AFと辺BEは平行だよね。あと何をいえばいいのかな。

辺ABと辺FEが平行になることか，辺AFと辺BEの長さが等しいことをいえばいいね。

△DECと△DFAは合同だからCEとAFは等しいよ。加えた条件からBEとCEも等しいね。だから，AFとBEは等しいことがいえるね。

四角形ABEFが平行四辺形になることの証明



四角形ABEFにおいて，
AF // BEであることはすでにわかっている。　……①
辺AFと辺BEについて，
△DEC≡△DFAより，合同な図形の対応する辺が等しいから，
　　CE＝AF　……②
点Eは辺BCの中点だから，
　　BE＝CE　……③
②，③より，AF＝BEである。　……④
よって，①，④より，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形なので，四角形ABEFは平行四辺形である。

手順に「点Eを辺BCの中点にとる」という条件を加え，手順どおりに操作してできる四角形ABEFは平行四辺形になることがわかりました。

【授業アイディア例②】

さらに条件を加えることにより，四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えてみましょう。

1．△ABCの形を変えて手順どおりに操作してできる四角形ABEFについて考察する。

教師

手順に「点Ｅを辺BCの中点にとる」という条件を加えることで平行四辺形ができましたね。△ABCを同じように操作して，台形，平行四辺形以外の四角形をつくることはできるのでしょうか。

この手順のままでは，つくることはできないのではないかな。

何か条件を加えたら，つくれるかもしれないね。

「△ABCの辺AC，BCの中点をそれぞれ点Ｄ，Ｅとする」という条件はそのままで，△ABCを直角三角形に変えて，手順どおりに操作してできる四角形について考えてみましょう。

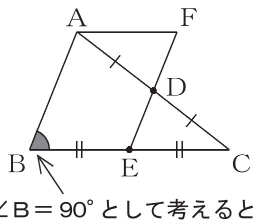
△ABCの３つの角のうちどの角を直角にしようかな。

∠Bを直角にして考えてみよう。

△ABCにおいて，∠B＝90°という条件を加えて考えます。四角形ABEFは，どんな四角形になりそうですか。

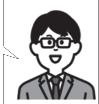
（P. 26 参照）

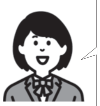
平行四辺形になったときと同じ手順で操作しているから，平行四辺形になると思う。



∠B＝90°として考えると

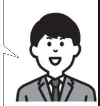
△ABCの∠Bが90°だから，四角形ABEFの∠ABEも90°になるね。



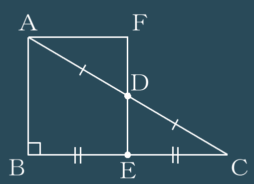


四角形ABEFは平行四辺形だから，∠EFAも90°になることがわかるね。

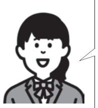
ということは，∠BEFと∠FABは等しいから，２つとも90°になるよ。４つの角がすべて90°で等しいよ。



四角形ABEFが長方形になることの証明



四角形ABEFにおいて，仮定より∠B＝90°で
平行四辺形の向かい合う角はそれぞれ等しいから，
∠ABE＝∠EFA＝90°　……①
∠BEF＝∠FAB　……②
四角形の内角の和は360°だから，
∠BEF＋∠FAB＝180°　……③
②，③より，　∠BEF＝∠FAB＝90°
よって，４つの角がすべて等しい四角形なので，
四角形ABEFは長方形である。



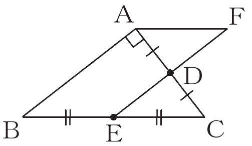
△ABCを∠Bが90°の直角三角形にして手順どおりに操作してできた四角形ABEFは長方形になることがわかりました。∠Aや∠Cを90°としても，四角形ABEFは長方形になるのか疑問に思いました。

△ABCにおいて，∠A＝90°の直角三角形や∠C＝90°の直角三角形とした場合でも，四角形ABEFは長方形になるといえるのか調べてみましょう。

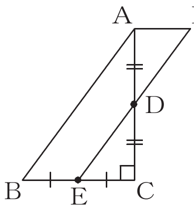
実際に図をかいてみると，長方形にはならなかったよ。

△ABCの∠Bを90°としたときだけ，四角形ABEFは長方形になるんだね。

実際にかいた図



∠A＝90°の直角三角形のとき



∠C＝90°の直角三角形のとき

2．四角形ABEFが長方形になるようにするために付加した条件について振り返る。

新たに条件を加えることで，四角形ABEFが平行四辺形から長方形になることがわかりましたね。その加えた条件について振り返りましょう。

今回は，手順にある△ABCの形を変えたね。

△ABCを∠B＝90°の直角三角形に変えて，手順どおりに操作すると，四角形ABEFは平行四辺形から長方形になったよ。

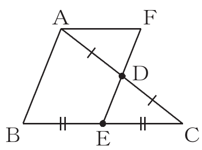
△ABCの∠Aや∠Cを90°としたときは，長方形にならなかったね。

四角形ABEFを平行四辺形から長方形にするためには，△ABCを∠B＝90°とすればいいということについて，ノートにまとめてみよう。

〔生徒がまとめたノート〕

まとめ

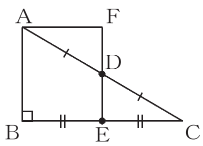
平行四辺形になる



△ABCの∠Bを90°として手順どおりに操作する

∠B＝90°

長方形になる



手順に新たな条件を加えるのではなく，手順にある△ABCの形を変えることで，長方形をつくることができました。

【授業アイディア例③】

四角形ＡＢＥＦがひし形，正方形になるために，前提としてどのような条件を新たに加えればよいかを考えてみましょう。

1．四角形ABEFが正方形になるために付加する条件を見いだす。

教師

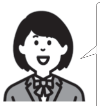
「△ＡＢＣの辺ＡＣ，ＢＣの中点をそれぞれ点Ｄ，Ｅとする」という条件はそのままで，△ＡＢＣを∠Ｂ＝90°の直角三角形に変えて，手順どおりに操作すると，長方形ができましたね。このように新たな条件を加えることで，他にはどんな四角形がつくれそうですか。

正方形はどうだろう。

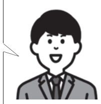
ひし形はつくれないかな。

△ＡＢＣの形を変えることで，正方形もひし形もつくれるのではないかな。

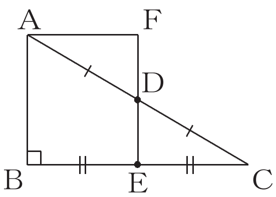
△ＡＢＣにどのような条件を加えて手順どおりに操作すると，正方形がつくれるのでしょうか。

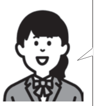


長方形の４つの辺の長さを等しくすれば，正方形がつくれると思うよ。

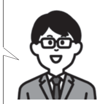


長方形なら∠Ｂ＝90°の直角三角形ＡＢＣを使えばいいね。さらに，辺ＡＢと辺ＢＥが同じ長さになればいいよね。

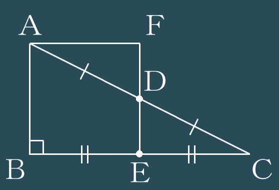




そのためには，点Ｅは辺ＢＣの中点だから，ＢＣがＡＢの長さの２倍になればいいと思う。



∠Ｂ＝90°の直角三角形ＡＢＣに，辺ＢＣの長さが辺ＡＢの２倍となる条件ＢＣ＝2ＡＢを加えれば正方形がつくれそうだね。



BC＝2AB

四角形ABEFが正方形になることの証明

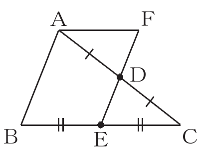
四角形ABEFにおいて，∠B＝90°のとき，すでに証明したように
四角形ABEFは長方形である。 ……①
△ABCにおいて，BC＝2ABという条件より，AB＝BE ……②
①，②より，四角形ABEFはとなり合う辺の長さが等しい長方形となる。
よって，４つの辺がすべて等しく，４つの角がすべて等しい四角形なので，四角形ABEFは正方形である。

四角形ＡＢＥＦが正方形になるための新たな条件について，前の学習のまとめに付け加えてみましょう。

〔生徒がまとめたノート〕

まとめ

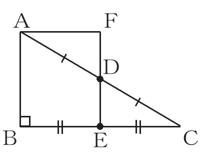
平行四辺形になる



△ABCの∠Bを90°として手順どおりに操作する

∠B＝90°

長方形になる

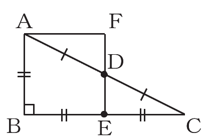


新しくわかったこと

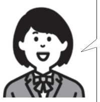
△ABCのBCをABの２倍の長さとして手順どおりに操作する

BC＝2AB

正方形になる

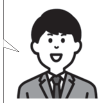


△ABCに∠B＝90°，BC＝2ABという条件を加えて手順どおりに操作すると，正方形になることがわかりました。ひし形はどうでしょうか。



平行四辺形の４つの辺の長さを等しくすれば，ひし形がつくれると思うよ。

正方形をつくったときに加えた条件のうち，∠B＝90°という条件は必要ないね。最初の△ABCを，BC＝2ABの△ABCに変えればいいと思う。



2．△ABCの形に付加した条件と，それによってできた四角形について振り返る。

△ABCの形に加えた条件と，それによってできた四角形ABEFの形について振り返ってみましょう。

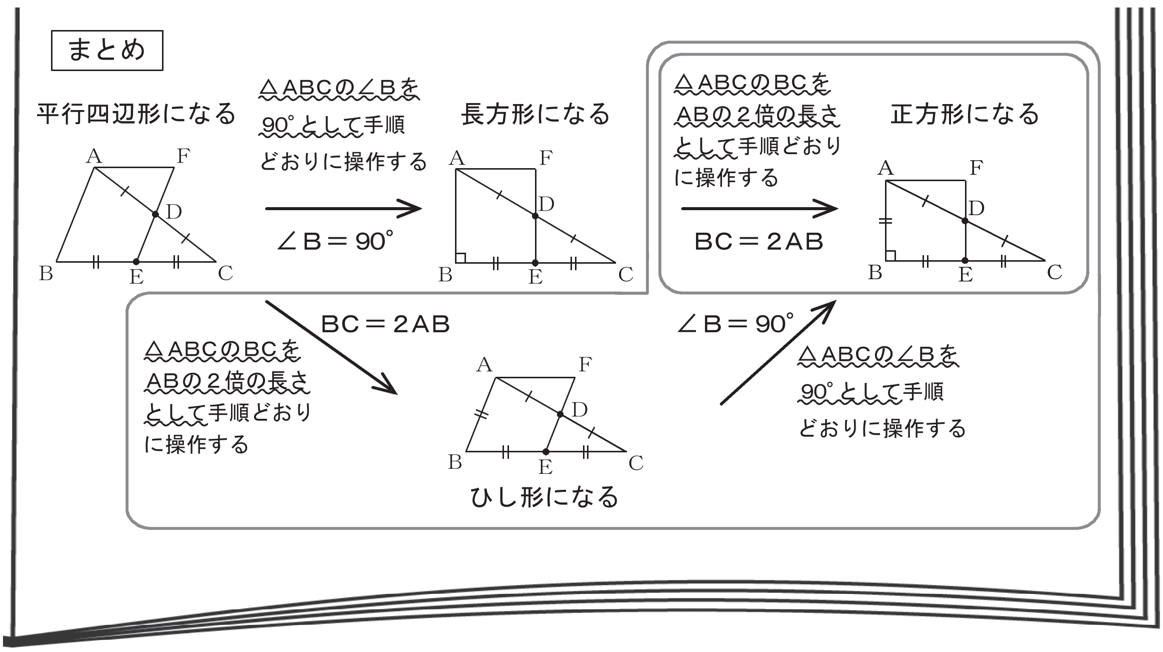
前の学習では，△ABCを∠B＝90°の直角三角形に変えたら，平行四辺形から長方形になることがわかったね。

さらに，BC＝2ABという条件を加えることで，長方形から正方形になったね。正方形をつくったときに加えた条件から，∠B＝90°を除くと，正方形からひし形になるよ。だから，ひし形に∠B＝90°を加えると正方形になるんだね。

最初の△ABCにBC＝2ABという条件を加えることで，平行四辺形からひし形になることもわかったよ。

そうだね。加えた条件と，それによってできた四角形について，前の学習のまとめに付け足してみよう。

〔生徒がまとめたノート〕



加えた条件と，それによってできた四角形を振り返ることで，平行四辺形，長方形，ひし形，正方形の間の関係を捉えることができそうですね。

【活用のポイント】

○　手順どおりに操作してできる四角形について考察するだけでなく，**手順**に含まれる条件を見直したり，新たに条件を付け加えたりするなどして，つくることができる四角形について考察する場面を設定し，そのことが成り立つことを数学的に説明できるように指導することが大切である。

○　新たに付け加えた条件と，つくることができる正方形，ひし形，長方形，平行四辺形の間の関係を辺や角の大きさに着目して振り返り，生徒自身が新たに見いだした事柄や付け加えた条件をノート等に書き加えながら，正方形，ひし形，長方形が平行四辺形の特別な形であることを論理的に考察し，整理できるようにすることが大切である。

（２）設問（３）の解答類型を活用した学習指導の工夫

設問(３)では，図形についての考察場面において，成り立つと予想される事柄について数学的に説明することを求めている。

説明する際には，前提として，考察の対象が**図１**の△ABCであること，その△ABCに付加する条件として∠Bの大きさを90°とすること，さらに，点Eを辺BCの中点とすることの３つを明示する必要がある。その上で，前提によって導かれる結論として，四角形ABEFが長方形になることを記述する必要がある。解答類型については，次のとおりである。

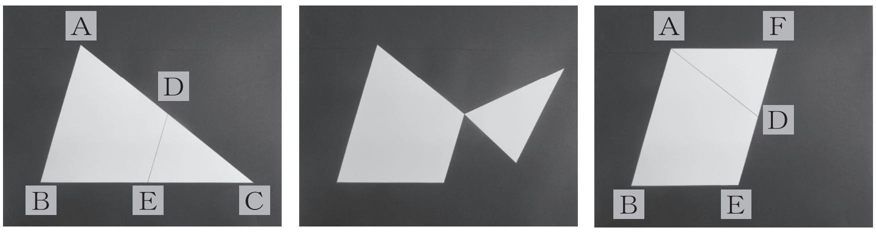
解答類型

	解　　答　　類　　型	正答
	（正答の条件） 「○○ならば，◇◇になる。」という形で，次の(a)，(b)の条件を満たし，成り立つ事柄を記述しているもの。 (a)　○○が，「△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点」である。 (b)　◇◇が，「四角形ABEFは長方形」である。	
1	(a)，(b)の条件を満たして記述しているもの。 （正答例）・　△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，四角形ABEFは長方形になる。	◎
2	上記１について，(a)に関する記述が十分でないもの，又は(b)に関する記述が十分でないもの。 （正答例）・　∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，四角形ABEFは長方形になる。 ・　△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，長方形になる。 ・　∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，長方形になる。	○
3	(b)のみを記述しているもの。((b)に関する記述が十分でないものを含む。) （例）・　四角形ABEFは長方形になる。	
4	(a)の条件を満たし，四角形ABEFについて(b)以外に成り立つ事柄を記述しているもの。 （正答例）・　△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，点Eが辺BCの中点ならば，四角形ABEFは１つの内角が90°の平行四辺形になる。	◎

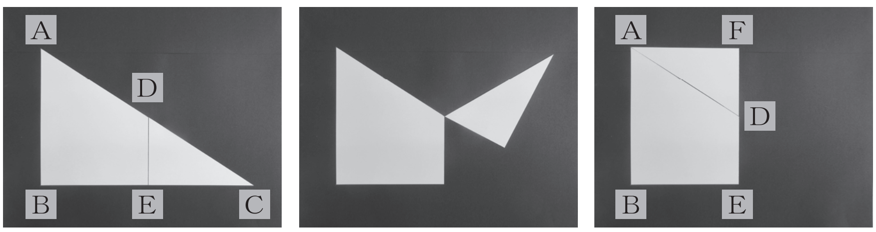
5	上記４について，(a)に関する記述が十分でないもの，又は四角形ABEFについて(b)以外に成り立つ事柄に関する記述が十分でないもの。 （正答例）・　∠Ｂの大きさが 90°で，点Ｅが辺BCの中点ならば，四角形ABEFは１つの内角が 90°の平行四辺形になる。 ・　△ABCにおいて，∠Ｂの大きさが 90°で，点Ｅが辺BCの中点ならば，１つの内角が 90°の平行四辺形になる。 ・　∠Ｂの大きさが 90°で，点Ｅが辺BCの中点ならば，１つの内角が 90°の平行四辺形になる。	○
6	四角形ABEFについて(b)以外に成り立つ事柄のみを記述しているもの。((b)以外に成り立つ事柄に関する記述が十分でないものを含む。) （例）・　四角形ABEFは∠Ｂ＝90°の平行四辺形になる。	
7	結論（◇◇）に，正方形又は正方形になるための条件，ひし形又はひし形になるための条件を記述しているもの。((a)に関する記述がないものを含む。) （例）・　△ABCにおいて，∠Ｂの大きさが 90°で，点Ｅが辺BCの中点ならば，四角形ABEFはひし形になる。	
99	上記以外の解答	
0	無解答	

見いだした事柄や事実を説明する問題（事柄・事実の説明）については，過年度調査の結果から，解答類型０の反応率が高い傾向にあり，無解答の生徒が多くみられるという課題があることがわかっている。このことを踏まえると，本設問においても同じ傾向となることが予想される。そこで，本設問を使って授業を行う際には，本問で取り上げている△ABCについて，実際に紙で用意し，それを使って手順どおりに操作することで，どのような四角形ができるかを予想する場面を設定することが考えられる。実際の図を観察することで，成り立つと予想される事柄を見いだすことができるようになる。このようにして，授業に観察や操作，実験を取り入れることが大切である。また，予想した四角形が成り立つことの理由などを話し合う活動を取り入れ，図形の特徴や性質を基に事柄が成り立つ理由を検討する場面を設定することが考えらえる。

加えた条件：点Ｅを辺BCの中点とする



加えた条件：△ABCの∠Ｂを 90°とし，点Ｅを辺BCの中点とする



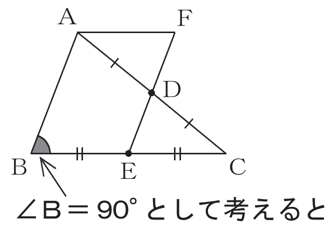
また，過年度調査の結果から，解答類型７のように，成り立つ事柄を説明する際に，前提として仮定や新たに加えた条件については記述しているが，前提によって導かれる結論について説明することができないことがわかっている。このことを踏まえ，本問を使って授業を行う際には，辺BCの中点をEとして，手順どおりに操作してできた四角形ABEFが平行四辺形であることを確認した上で，△ABCを∠B＝90°の直角三角形とすることから，例えば，次の**＜考えたこと＞**のように，∠Bの大きさを90°とすることで，平行四辺形ABEFの辺や角がどのように変わるかについて検討する場面を設定することが考えられる。（P.20 参照）

＜考えたこと＞

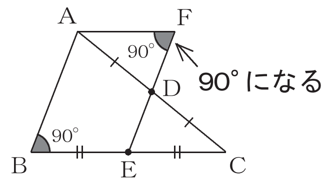
結果の見通し
△ABCにおいて，∠Bの大きさが90°で，
点Eが辺BCの中点ならば，四角形ABEFは長方形になる。

方法の見通し
四角形ABEFの４つの角がすべて等しいことをいえばよい。

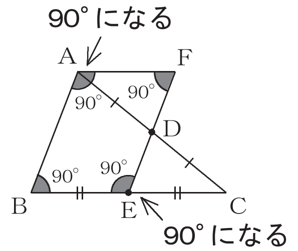
△ABCの∠Bを90°とする。



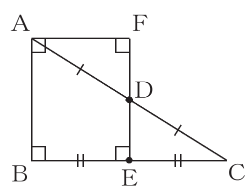
平行四辺形ABEFの∠ABEも90°になり，平行四辺形の性質より，∠EFAも90°になる。



∠BEFと∠FABは等しく，和が180°なので，それぞれも90°になり，
∠BEF＝∠FAB＝90°



四角形ABEFの４つの角はすべて90°で等しいから，四角形ABEFは長方形になる。



数学 8　データの傾向を読み取り，批判的に考察し判断すること（病院の待ち時間）

8 ある病院では，来院者にアンケートを実施しています。アンケートの結果として，午前中の混んでいない時間帯を知りたいという要望が多くありました。

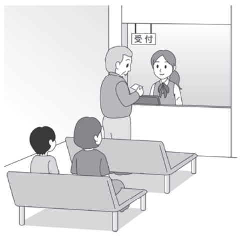
病院職員の啓太さんと春花さんは，来院者に午前中の混んでいない時間帯に受付をしてもらえるように提案をしたいと考えています。二人は，ある週の月曜日から金曜日までの午前中の来院者数について，次のような表にまとめました。

曜日ごとの来院者数

曜日	月	火	水	木	金
来院者数（人）	134	98	110	102	150

上の**曜日ごとの来院者数**から，調べた週の来院者数は金曜日が一番多いことがわかります。

そこで，待ち時間を，来院者が受付をしてから診察（しんさつ）が始まるまでの時間として，金曜日の来院者150人の待ち時間について調べることにしました。



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）啓太さんは，待ち時間について調べたことを，次のようにまとめました。

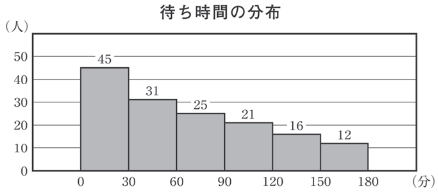
待ち時間について調べたこと

	平均値	中央値	最頻値	最大値	最小値
待ち時間（分）	70.2	58	25	164	3

来院者によって待ち時間が違うため，待ち時間の散らばりの程度を考えます。**待ち時間について調べたこと**をもとに，待ち時間の範囲を求めなさい。

（2）春花さんは，待ち時間の分布のようすを，次のヒストグラムにまとめました。例えば，待ち時間が150分以上180分未満の来院者が12人いたことを表しています。

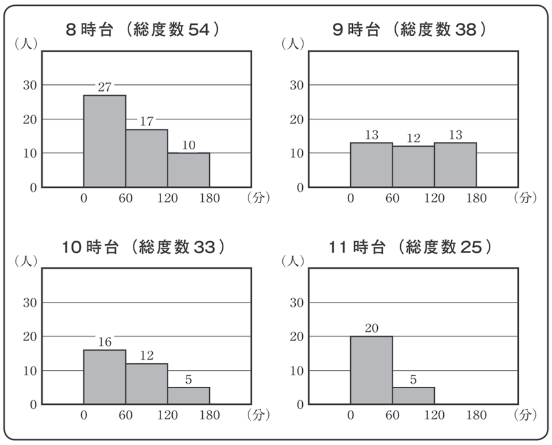
待ち時間の分布



待ち時間が60分未満の来院者は何人ですか。その人数を書きなさい。

（3）二人は，待ち時間が短かった来院者は，どの時間帯に受付をしたのかが気になりました。そこで，受付をした時間帯ごとの待ち時間を「60分未満」，「60分以上120分未満」，「120分以上180分未満」に分け，来院者数を次のようにまとめました。

調べたこと



上の**調べたこと**から，例えば，9時台のヒストグラムでは，待ち時間が60分以上120分未満の来院者が12人いたことがわかります。

二人は，前ページの**調べたこと**をもとに，待ち時間について話し合っています。

> 啓太さん「ヒストグラムの60分未満の階級の度数を見ると，8時台が27人で11時台が20人だね。だから，60分未満の来院者数は，8時台の方が11時台より多いといえるね。」
> 春花さん「でも，階級の度数で判断していいのかな。8時台と11時台の総度数を見ると，60分未満の来院者数は，8時台の方が11時台より多いとは言い切れないよ。」

調べたことの，8時台と11時台のヒストグラムを見ると，春花さんのように「60分未満の来院者数は，8時台の方が11時台より多いとは言い切れない」と主張することもできます。その理由を，相対度数を使って説明しなさい。

１．出題の趣旨

> 　データに基づいて不確定な事象を考察する場面において，次のことができるかどうかをみる。
> ・表やグラフなどを活用して，数学的に処理すること
> ・データの傾向を読み取り，批判的に考察し判断したことの根拠を，数学的な表現を用いて説明すること

　日常生活や社会の事象を考察する場面では，表やグラフなどからデータの傾向を適切に読み取り，批判的に考察し判断することが求められる場合がある。その際，判断の理由を数学的に説明することが大切である。
　本問では，ある病院における混雑の改善策を提案するために，待ち時間について調べたことを表やヒストグラムなどに整理して分析し，待ち時間の傾向を捉える場面を取り上げた。この場面において，待ち時間について調べたことをまとめた表から範囲を読み取ったり，待ち時間の分布のようすをまとめたヒストグラムから60分未満の人数を読み取ったりする状況を設けた。さらに，８時台と11時台の60分未満の来院者数について，相対度数に着目して「60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない」と捉えることができることを説明する文脈を設定した。

２．調査問題の活用に当たって

■学習指導要領における領域・内容

設問(１)，設問(２)
〔第１学年〕　D　資料の活用
　(1)　目的に応じて資料を収集し，コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し，代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。
　　ア　ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。

設問(３)
〔第１学年〕　D　資料の活用
　(1)　目的に応じて資料を収集し，コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し，代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。
　　イ　ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。

(１) 設問(１)，設問(２)，設問(３) の趣旨を生かした学習指導の工夫

【指導のねらい】
範囲の意味を理解できるようにする。　設問(１)
目的に応じてヒストグラムから分布の特徴を読み取ることができるようにする。　設問(２)
データの特徴を的確に捉え，判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする。　設問(３)

データの分布に着目して，その傾向を読み取って判断することができるように指導することが大切である。その際，日常生活や社会の事象を題材とした問題などを取り上げ，それを解決するために計画を立て，必要なデータを収集して処理し，データの傾向を捉え，その結果を基に批判的に考察し判断するという一連の活動を取り入れ，統計的に問題解決する活動を充実させることが大切である。

このことについて，例えば，本問を使って次のような一連の活動が考えられる。

□　身の回りの事象について，興味・関心や問題意識に基づき統計的に解決可能な問題を設定する

ある病院において待合室が混雑している状況などを取り上げ，もし，自分が病院職員だったら混雑を解消するために，どのような提案ができるかを話し合う場面を設定することが考えられる。その際，病院で実施したアンケートの結果として，混雑を避けるために午前中における混んでいない時間帯を知りたいという要望が多くあったことから，待ち時間が短い時間帯を来院者に知らせるためにどのようなことを調べればよいかなど，問題解決する対象を捉える場面を設定することが大切である。

□　どのようなデータを集めるかを考えるなど，データの収集について計画を立てる

午前中の待ち時間が短い時間帯を調べるために，必要なデータについて考え，それらを収集するための計画を立てる場面を設定することが考えられる。例えば，病院の来院者数や来院者の待ち時間のデータを収集し，それを度数分布表やヒストグラムにまとめるといった計画を生徒が立てることが考えられる。

（例）調べたいこと　・曜日ごとの来院者数
　　　　　　　　　　・来院者の待ち時間

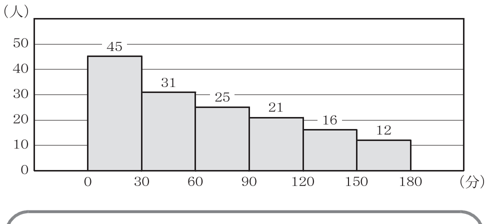
□　収集したデータについて分類整理する

収集した来院者数や来院者の待ち時間のデータについて，コンピュータなどを利用して集計し，目的に応じてヒストグラムなどを作成したり，代表値などの値を調べたりする活動を設定することが考えられる。

新たな疑問

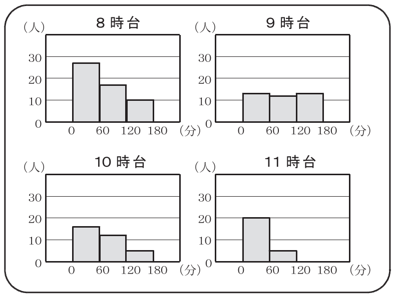
60分未満の来院者は，どの時間帯に受付をしたのだろうか。

待ち時間の分布



時間帯ごとに分けて作り直したヒストグラム

時間帯ごとに分けた待ち時間の分布



わかったこと

比較的待ち時間が短い60分未満の来院者数が76人で，全体150人の約半数である。

□　目的に応じて，観点を決めてグラフや表や図などに表し，データの特徴や傾向をつかむ

設問（３）

来院者の待ち時間について傾向を読み取って判断し，その理由を説明できるようにするために，説明すべき事柄とその根拠の両方を示して説明する場面を設定することが考えられる。このことについて，次のような指導事例を紹介する。

【授業アイディア例】

受付をした時間帯ごとに分けた金曜日の午前中のデータから，待ち時間の傾向を読み取り，来院者への提案を考えよう。

これまでに調べてわかったこと

・ある週の月曜日から金曜日までの午前中の来院者数について表にまとめると，来院者数は金曜日が一番多い。

・金曜日の来院者 150 人の待ち時間について調べたことを表やヒストグラムにまとめると，待ち時間が 60 分未満の来院者数は 76 人であった。

新たな疑問

・調べた金曜日の来院者の待ち時間において，待ち時間が比較的短い 60 分未満の来院者が受付をした時間帯を知りたい。

1．目的に沿って作り直した度数分布表やヒストグラムを見て，待ち時間が60分未満の来院者について話し合う。

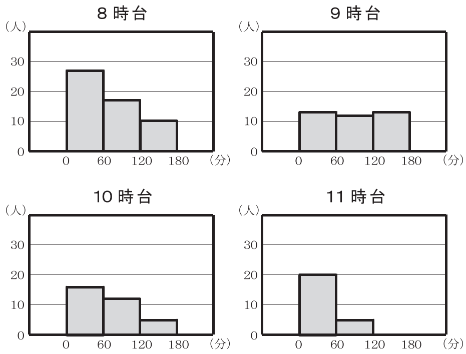
教師

受付をした時間帯ごとに分けて，表やヒストグラムを作り直しました。これを見ると，待ち時間が 60 分未満の来院者について，どのようなことがわかりますか。

時間帯ごとに分けた待ち時間の度数分布表

階級（分）	８時台	９時台	10 時台	11 時台
	度数（人）			
以上　未満				
0 ～ 60	27	13	16	20
60 ～ 120	17	12	12	5
120 ～ 180	10	13	5	0
合計	54	38	33	25

時間帯ごとに分けた待ち時間の分布



60 分未満の度数が多いのは，８時台と 11 時台だよ。度数は８時台の方が 11 時台より多いから，８時台に受付をすれば待ち時間が比較的短くなりそうだね。

度数分布表の合計を見ると，時間帯ごとに受付をした人数はどれも違うよ。時間帯ごとに受付をした人数は，８時台が一番多いね。

時間帯ごとの合計が違うのに，60 分未満の度数が８時台の方が 11 時台より多いからといって，８時台に受付をすれば 11 時台よりも待ち時間が短くなりそうだといっていいのかな。

８時台と 11 時台では合計が違うから，60 分未満の度数の大小で比べることはできないのではないかな。

2．時間帯ごとに度数の合計が異なる場合，比較するための方法について見通しをもつ。

時間帯ごとの度数の合計が異なる場合，60 分未満の階級の度数の大小で比べることができないとすれば，どのように比べたらよいでしょうか。

割合を使って比べればいいと思うよ。

割合は，どのように計算したらいいのかな。

時間帯ごとに，60 分未満の度数を度数の合計でわればいいよ。

相対度数を使って比べればいいということだね。

時間帯ごとに分けた待ち時間の度数分布表

階級（分）	8時台	11 時台
	度数（人）	
以上　未満		
0～60	27	20
60～120	17	5
120～180	10	0
合計	54	25

3．求めた相対度数を使って，8時台に受付をすれば待ち時間が比較的短くなりそうだという意見について検討する。

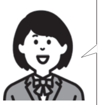
相対度数を求めて考えてみましょう。

時間帯ごとに分けた待ち時間の度数分布表

階級（分）	8時台		11 時台	
	度数（人）	相対度数	度数（人）	相対度数
以上　未満				
0～60	27	0.50	20	0.80
60～120	17	0.31	5	0.20
120～180	10	0.19	0	0.00
合計	54	1.00	25	1.00

60 分未満の階級の相対度数を計算すると，8時台は 0.50，11 時台は 0.80 になったよ。

8時台と 11 時台の相対度数を比べると，0.50 より 0.80 の方が大きいね。



8時台より 11 時台の方が相対度数が大きいということは，時間帯ごとの度数の合計に対して，60 分未満の度数が占める割合が8時台より 11 時台の方が大きいね。

ということは，8時台と 11 時台の相対度数で比べると，60 分未満の来院者数は，8時台の方が 11 時台より多いとは言い切れないね。

8時台と 11 時台の 60 分未満の来院者数について相対度数で比べました。
「60 分未満の来院者数は，8時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない。」と主張できる理由について，相対度数を使った説明を書いてみましょう。

〔理由の説明を書いた生徒のノート〕

相対度数は８時台が0.50と11時台が0.80だから，60分未満の来院者数は８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。
［先生から］
相対度数の大小についても書くと，
より詳しい説明になりますね。
（P. 35　参照）

相対度数を使うと，８時台の方が11時台より多いとは言い切れないことがいえます。
［先生から］
相対度数をどのように使ったのかについても書くといいですね。付け足して，
もう一度書いてみましょう。

60分未満の来院者数について８時台と11時台それぞれの相対度数を求めて比較し，８時台より11時台の方が相対度数が大きいことから主張できる理由を説明できましたね。

４．調べたことを基に，病院職員の立場に立って来院者への提案をまとめる。

ある週の金曜日の来院者数や待ち時間を調べてきました。それらを基に，病院職員の立場に立って来院者へのお知らせを考えてみましょう。

生徒が考えた来院者へのお知らせ

当院を利用される皆さまへ（お知らせ）

いつも当院をご利用いただきありがとうございます。
診察まで時間がかかるとのご意見をいただきました。申し訳ございません。
当院で調べたところ，来院者の数が比較的少ないのは11時台であり，
比較的待ち時間が短い時間帯も11時台であることがわかりました。
来院される際の参考としてください。

病院長

□　問題に対する結論をまとめるとともに，さらなる問題を見いだす

「もし，自分が病院職員だったら混雑を解消するために，どのような提案が考えられるか」という問題に対する結論について，分析して得られたことからまとめる場面を設定することが大切である。その際，ある週の金曜日のデータを分析して得られた「60分未満の来院者数が，８時台の方が11時台よりも多いとは言い切れない」というまとめを振り返り，混雑を解消するために病院職員として，どのようなことを来院者に呼びかけることができるかなどの取り組みについて話し合うことが考えられる。さらに，来院者の待ち時間について詳しく調べるために，他の曜日でも金曜日と同じ呼びかけをしてよいかと問いかけ，月曜日から金曜日のデータを収集し，データの分布の傾向を読み取り，それぞれの曜日の待ち時間の違いについて考察する場面を設定することも考えられる。なお，月曜日から金曜日までの１週間について待ち時間の分布の様子を調べるために，箱ひげ図を用いてそれぞれの曜日の分布の傾向を比較することも考えられる。

【活用のポイント】

○　本問を活用して授業を行う際には，複数の時間で扱うなど，生徒や学校の実態に応じて，ある程度の時間のまとまりを見通した指導計画を作成することが大切である。

○　見いだした問題について，それを解決するために計画を立て，必要なデータを収集して処理し，データの傾向を捉え，考察するといった統計的に問題解決することを生徒が経験できるように，作成した指導計画を充実させることが大切である。

（２） 設問（３） の解答類型を活用した学習指導の工夫

設問（３）では，日常生活や社会の事象を考察する場面において，ある事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することを求めている。

説明する際には，「60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない」ことが主張できる根拠として，８時台と 11 時台のそれぞれで待ち時間が 60 分未満の来院者数の相対度数を明示し，その大小関係を記述する必要がある。その上で，成り立つ事柄として，「60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない」ことを記述する必要がある。解答類型については，次のとおりである。

解答類型

	解　答　類　型	正答
	（正答の条件） 次の⒜，⒝について記述しているもの。 ⒜　８時台と 11 時台のそれぞれで待ち時間が 60 分未満の来院者数の相対度数を求めて比較すること。 ⒝　60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れないこと。	
1	⒜，⒝について記述しているもの。 （正答例）・　８時台は総度数が 54 で，待ち時間が 60 分未満の度数が 27 なので相対度数は 0.50 である。また，11 時台は総度数が 25 で待ち時間が 60 分未満の度数が 20 なので相対度数は 0.80 である。８時台と 11 時台の相対度数を比べると，0.50 より 0.80 の方が大きい。よって，60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない。	◎
2	⒜のみを記述しているもの。 （正答例）・　８時台で待ち時間が 60 分未満の相対度数は 0.50 であり，11 時台で待ち時間が 60 分未満の相対度数は 0.80 なので，0.50 より 0.80 の方が大きいから。	○
3	⒜についての記述が十分でなく，⒝について記述しているもの。 （正答例）・　８時台で待ち時間が 60 分未満の相対度数は 0.50 であり，11 時台で待ち時間が 60 分未満の相対度数は 0.80 なので，60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない。 ・　相対度数は 0.50 より 0.80 の方が大きいから，60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない。 ・　相対度数は 0.50 と 0.80 だから，60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない。	○
4	⒜についての記述が十分でなく，⒝について記述していないもの。 （正答例）・　８時台で待ち時間が 60 分未満の相対度数は 0.50 であり，11 時台で待ち時間が 60 分未満の相対度数は 0.80 だから。 ・　相対度数は 0.50 より 0.80 の方が大きいから。 ・　相対度数は 0.50 と 0.80 だから。	○
5	上記１～４以外で，８時台と 11 時台のそれぞれで待ち時間が 60 分以上の来院者数の相対度数を求めて比較し，⒝について記述しているもの。 （正答例）・　８時台は総度数が 54 で，待ち時間が 60 分以上の度数が 27 なので相対度数は 0.50 である。また，11 時台は総度数が 25 で待ち時間が 60 分以上の度数が５なので相対度数は 0.20 である。８時台と 11 時台の相対度数を比べると，0.20 より 0.50 の方が大きい。よって，60 分未満の来院者数は，８時台の方が 11 時台より多いとは言い切れない。	◎

6	上記５について，８時台と11時台のそれぞれで待ち時間が60分以上の来院者数の相対度数を求めて比較することのみを記述しているもの。 （正答例）・８時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.50であり，11時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.20なので，0.20より0.50の方が大きいから。	◯
7	上記５について，８時台と11時台のそれぞれで待ち時間が60分以上の来院者数の相対度数を求めて比較することについての記述が十分でなく，(b)について記述しているもの。 （正答例）・８時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.50であり，11時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.20なので，60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。 ・相対度数は0.20より0.50の方が大きいから，60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。 ・相対度数は0.50と0.20だから，60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。	◯
8	上記５について，８時台と11時台のそれぞれで待ち時間が60分以上の来院者数の相対度数を求めて比較することについての記述が十分でなく，(b)について記述していないもの。 （正答例）・８時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.50であり，11時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.20だから。 ・相対度数は0.20より0.50の方が大きいから。 ・相対度数は0.50と0.20だから。	◯
9	(a)について，８時台か11時台のどちらか一方を記述し，(b)について記述しているもの。（８時台か11時台のどちらか一方の待ち時間が60分以上の来院者数の相対度数を記述し，(b)について記述しているものを含む。） （例）・８時台で待ち時間が60分未満の相対度数は0.50だから，60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。 ・11時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.20だから，60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。	
10	(a)について，８時台か11時台のどちらか一方を記述し，(b)について記述していないもの。（８時台か11時台のどちらか一方の待ち時間が60分以上の来院者数の相対度数を記述し，(b)について記述していないものを含む。） （例）・11時台で待ち時間が60分未満の相対度数は0.80だから。 ・８時台で待ち時間が60分以上の相対度数は0.50だから。	
11	８時台と11時台の総度数に着目して記述しているもの。 （例）・８時台と11時台の総度数が違うから。 ・８時台の総度数は54で，11時台の総度数は25である。	
12	(a)について，相対度数又は総度数の数値や用語に誤りがあるもの。（８時台と11時台のそれぞれで待ち時間が60分以上の来院者数の相対度数を求めて比較することについて，相対度数又は総度数の数値や用語に誤りがあるものを含む。） （例）・８時台で待ち時間が60分未満の相対度数が0.17で，11時台で待ち時間が60分未満の相対度数が0.13だから。	
99	上記以外の解答	
0	無解答	

事柄が成り立つ理由を説明する問題（理由の説明）については，過年度調査の結果から，解答類型０の反応率が高い傾向にあり，無解答の生徒が多くみられるという課題があることがわかっている。このことを踏まえると，本設問においても同じ傾向となることが予想される。そこで，本設問を使って授業を行う際には，「60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない」ことについて批判的に考察するために，度数分布表やヒストグラムを基に話し合う場面を設定することが考えられる。その際，８時台と11時台の60分未満の人数の大小とそれぞれの時間帯の総度数の大小を関連付けながら考えるよう促し，２つの時間帯を比較するためには相対度数が必要であることに気付かせ，実際に求めた相対度数を比較し，60分未満の来院者数の相対度数が８時台より11時台の方が大きいという傾向があることを確認し合うことが大切である。その上で，話し合ったことをノート等にまとめることで，「60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない」と主張できる理由について振り返ることも大切である。

今日の振り返り

＜最初の考え＞

＜話し合ってわかったこと＞

・総度数は８時台の方が多い

・60分未満の度数は，８時台が27で，11時台が20

・60分未満の度数で見れば８時台の方が11時台より多い

・８時台と11時台で度数の合計が異なるので，そのまま比べることができない

＜結論＞

８時台の待ち時間が60分未満の相対度数は0.50で，11時台の待ち時間が60分未満の相対度数は0.80であり，0.50より0.80の方が大きい。よって，60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない。

最初は，どの時間帯の待ち時間が短いかをどのように判断すればよいかわからなかったけど，みんなの話を聞いて，60分未満の度数を見ればよいことがわかった。さらに，合計が違うときはそのまま度数で比べるより，相対度数を使った方がよいこともわかった。

さらに，解答類型３のように，成り立つ事柄として，「60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない」ことを示し，その根拠として，８時台と11時台のそれぞれで待ち時間が60分未満の来院者数について求めた相対度数を用いて説明することはできているが，その大小の比較については明示しない生徒もいることが予想される。そこで，判断の理由について数学的によりよいものにするために，求めた相対度数の大小関係に着目したことをどのように表現するかを確認し，「60分未満の来院者数は，８時台の方が11時台より多いとは言い切れない」ことが主張できる理由を，相対度数の大小関係を加えて説明し直す場面を設定し，理由の説明の根拠の部分を数学的によりよいものへ洗練していく活動を取り入れることが考えられる。(P.32 参照)

数学 9　連立方程式を解く過程を振り返り，考察すること（連立方程式）

9　太一さんは，壁（かべ）にかかれた枠（わく）に向かってボールを何回か投げ，次の**得点設定１**でゲームを行いました。

得点設定１

- ○　枠の内側に１回当たるごとの得点を３点とする。
- ○　枠の外側に１回当たるごとの得点を２点とする。

太一さんが**得点設定１**でゲームをした結果，投げた回数は18回，合計得点は47点でした。里奈さんは，太一さんの結果を聞いて，枠の内側，枠の外側にそれぞれ何回当てたのかが気になりました。そこで，里奈さんは次の連立方程式をつくり，それを解き，枠の内側，枠の外側にそれぞれ11回，７回当てたということがわかりました。

里奈さんがつくった連立方程式

枠の内側に当てた回数を x 回，
枠の外側に当てた回数を y 回とすると，

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 3x + 2y = 47 \end{cases}$$

里奈さんは，枠の内側に当てた回数を，投げた回数と合計得点をもとにして，すぐに求められることを洋平さんから聞きました。

洋平さんの求め方

手順①　投げた回数に，枠の外側に１回当たるごとの得点をかける。
手順②　合計得点から**手順①**の計算結果をひく。

里奈さんは，上の**洋平さんの求め方**によって枠の内側に当てた回数を求めてみました。

投げた回数の 18 に，得点の２をかける。	$18 \times 2 = 36$
合計得点の 47 から 36 をひく。	$47 - 36 = 11$

前ページの**洋平さんの求め方**によって枠の内側に当てた回数を求めた結果は11回で，連立方程式によって求めた結果と同じになりました。里奈さんは，ゲームを何度か行ったところ，**洋平さんの求め方**によって求めた結果は，実際のゲームの結果と同じになりました。

次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

（１）里奈さんは，前ページの**洋平さんの求め方**で，どうして枠の内側に当てた回数を求められるのかを考えようと思いました。そこで，投げた回数が15回で，合計得点が40点となる場合について，連立方程式をつくり，それを解く過程と**洋平さんの求め方**を比べることにしました。

次の**連立方程式を解く過程１**には，**手順①**，**②**にそれぞれ対応する計算があります。**手順①**に対応する計算がある部分は，**連立方程式を解く過程１**の下線部です。**手順②**に対応する計算がある部分を，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

連立方程式を解く過程１

枠の内側に当てた回数を x 回，枠の外側に当てた回数を y 回とすると，

$$\begin{cases} x + y = 15 & \cdots\cdots ① \\ 3x + 2y = 40 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①の両辺を２倍すると，　$2x + 2y = 30$　……③

ア　②から③をひくと，
$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 40 \\ -)\ 2x + 2y = 30 \\ \hline x = 10 \end{array} \quad \cdots\cdots ④$$

イ　④を①に代入すると，　$10 + y = 15$

ウ　$y = 15 - 10$
　　$y = 5$　……⑤

エ　④，⑤より，　$x = 10,\ y = 5$

（２）三人は，**得点設定１**を，次の**得点設定２**に変えてゲームを行いました。

得点設定２

- ○　枠の内側に１回当たるごとの得点を５点とする。
- ○　枠の外側に１回当たるごとの得点を２点とする。

太一さんが**得点設定２**でゲームをした結果，投げた回数は25回，合計得点は92点でした。里奈さんは，19ページの**洋平さんの求め方**を使えば，投げた回数と合計得点をもとに，枠の内側に当てた回数を求められると考え，**洋平さんの求め方**によって次の計算をしました。

投げた回数の 25 に，得点の２をかける。	$25 \times 2 = 50$
合計得点の 92 から 50 をひく。	$92 - 50 = 42$

洋平さんの求め方によって求めた結果は42となりました。この42は，投げた回数の25よりも大きいので，枠の内側に当てた回数ではありません。

里奈さんは，**得点設定２**でも，**洋平さんの求め方**のように枠の内側に当てた回数をすぐに求められる方法を考えようと思いました。そこで，連立方程式をつくり，それを解く過程と**洋平さんの求め方**を比べて，その方法を考えます。

連立方程式を解く過程２

枠の内側に当てた回数を x 回，枠の外側に当てた回数を y 回とすると，

$$\begin{cases} x + y = 25 & \cdots\cdots ① \\ 5x + 2y = 92 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①の両辺を２倍すると，　$2x + 2y = 50$　……③

②から③をひくと，
$$\begin{array}{r} 5x + 2y = 92 \\ -)\ 2x + 2y = 50 \\ \hline \boxed{\begin{array}{r} 3x = 42 \\ x = 14 \end{array}} \end{array} \quad \cdots\cdots ④$$

④を①に代入すると，　$14 + y = 25$
　　$y = 25 - 14$
　　$y = 11$　……⑤

④，⑤より，　$x = 14,\ y = 11$

里奈さんは，上の**連立方程式を解く過程２**の $\boxed{}$ の部分から，19ページの**洋平さんの求め方**に新たな手順を加えることで，前ページの**得点設定２**でも，投げた回数と合計得点をもとに，枠の内側に当てた回数を求められることに気づきました。

里奈さんの求め方

手順①　投げた回数に，枠の外側に１回当たるごとの得点をかける。
手順②　合計得点から**手順①**の計算結果をひく。
手順③　**手順②**の計算結果を３でわる。

上の**里奈さんの求め方**において，新たな**手順③**の「**手順②**の計算結果を３でわる。」のわる数である３がどんな数であるかを考えます。わる数の３がどんな数であるかは，前ページの**得点設定２**の条件をもとに説明することができます。**里奈さんの求め方の手順③**において，わる数の３は，どんな数ですか。「〜〜は，……である。」という形で書きなさい。

１．出題の趣旨

事象を数学的に考察する場面において，次のことができるかどうかをみる。
・数学的に表現したことを事象に即して解釈すること
・解決の過程や結果を振り返り評価・改善すること
・事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること

事象を数学的に考察する場面では，数量の関係を捉えて方程式をつくり，それを解いて得られた解や解いた過程を振り返り，事象に即して解釈することが大切である。

本問では，ボールを投げて得点を競うゲームについて，連立方程式を用いて解く過程を振り返り，枠の内側に当てた回数をすぐに求められる方法と連立方程式を解く過程を関連付ける場面を取り上げた。この場面において，**洋平さんの求め方**における**手順**◇2◇に対応する計算は，連立方程式を解く過程のどの部分にあたるかを判断する状況を設けた。さらに，得点設定を変えたゲームにおいて，枠の内側に当てた回数をすぐに求められる方法を考える際に，連立方程式を解く過程を振り返り，**洋平さんの求め方**に加えた**里奈さんの求め方**の**手順**◇3◇に含まれる数がどんな数であるかを，事象と連立方程式を解く過程とを関連付けて説明する文脈を設定した。

２．調査問題の活用に当たって

（１）設問（１）の趣旨を生かした学習指導の工夫

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　Ａ　数と式

(1)　具体的な事象の中に数量の関係を見いだし，それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ　文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。

(2)　連立二元一次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

イ　連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。

ウ　簡単な連立二元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

【指導のねらい】

連立方程式を解く過程を，事象に即して解釈することができるようにする。

【活用のポイント】

○　**得点設定１**の場合，「枠の内側に当てた回数をすぐに求める方法」として**洋平さんの求め方**が正しいことについて，連立方程式を解く過程と関連付けて説明する活動を取り入れることが大切である。その際，次のように求め方を並べて書くなどの工夫を取り入れることが考えられる。

○連立方程式を用いた求め方

枠の内側に当てた回数をx回，
枠の外側に当てた回数をy回とすると，

$$\begin{cases} \boxed{x + y = 15} & \cdots\cdots① \\ \boxed{3x + 2y = 40} & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①の両辺を２倍すると，
$2x + 2y = 30$　……③

②から③をひくと，

$$\begin{array}{rl} & 3x + 2y = 40 \\ -) & 2x + 2y = 30 \\ \hline & \boxed{x \qquad = 10} \end{array}$$

○洋平さんの求め方を使った考え方

手順①　$\boxed{\text{投げた回数の 15}}$ に，
枠の外側に１回当たるごとの得点の２をかけて，
$15 \times 2 = 30$

手順②　$\boxed{\text{合計得点の 40}}$ から手順①の計算結果 30 をひくと，
$40 - 30 = 10$

よって，$\boxed{\text{枠の内側に当てた回数は 10 回}}$

（２） 設問（２） の解答類型を活用した学習指導の工夫

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　A　数と式

(1)　具体的な事象の中に数量の関係を見いだし，それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ　文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。

(2)　連立二元一次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

イ　連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。

ウ　簡単な連立二元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

設問(２)では，数量についての考察場面において，見いだした事実を説明することを求めている。

「わる数の３」がどんな数であるかを，**得点設定２**と**連立方程式を解く過程２**とを関連付けて説明するものである。「わる数の３」の３は，**連立方程式を解く過程２**における$5x$と$2x$の差である$3x$の係数であることに着目し，そのことを事象に即して解釈することで，わる数の３について枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点との差であることを記述する必要がある。解答類型については，次のとおりである。

解答類型

解答類型		正答
（正答の条件） 「○○は，◇◇である。」という形で，次の(a)，(b)を記述しているもの。 (a)　○○が，「わる数の３」である。 (b)　◇◇が，「枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点との差」である。		
1	(a)，(b)について記述しているもの。 （正答例）　・　わる数の３は，枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点との差である。	◎
2	(b)のみを記述しているもの。 （正答例）　・　枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点との差である。	○
3	(b)についての記述が十分でないもの。（(a)についての記述がないものを含む。） （例）　・　わる数の３は，差である。	
4	(a)について記述し，(b)以外でわる数の３がどんな数であるかを正しく記述しているもの。 （正答例）　・　わる数の３は，**連立方程式を解く過程２**で$5x$から$2x$をひいた式である$3x$のxの係数である。	◎
5	上記４について，(a)についての記述がないもの。 （正答例）　・　**連立方程式を解く過程２**で$5x$から$2x$をひいた式である$3x$のxの係数である。	○
6	上記４，５について，記述が十分でないもの。（(a)についての記述がないものを含む。） （例）　・　わる数の３は，$5x$と$2x$の差である。 ・　わる数の３は，xの係数である。	
99	上記以外の解答	
0	無解答	

本設問のような連立方程式を解く過程を振り返り，事象に即して解釈し，事柄の特徴を数学的に説明することについては，**洋平さんの求め方**に加えた**里奈さんの求め方**の**手順◇3**に含まれる数がどんな数であるかを説明する際に，わる数の３がどんな数であるかを見いだすことができないといった解答類型０の反応率が高くなることが予想される。このことを踏まえて，次のような指導事例を紹介する。

【指導のねらい】

連立方程式を解く過程を振り返り，事象に即して解釈し，事柄の特徴を数学的に説明できるようにする。

【授業アイディア例】

得点設定が変わっても，枠の内側に当てた回数をすぐに求められる方法を考えてみましょう。

洋平さんの求め方

手順◇1　投げた回数に，枠の外側に１回当たるごとの得点をかける。
手順◇2　合計得点から手順◇1の計算結果をひく。

1．得点設定２に変わっても得点設定１のときと同じように求められるか調べる。

教師

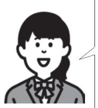
得点設定を右の得点設定２のように変えて，ゲームを行います。そのとき，投げた回数が 25 回で合計点数が 92 点でした。得点設定をこのように変えても，枠の内側に当てた回数を洋平さんの求め方ですぐに求めることができるでしょうか。

得点設定２
- ○　枠の内側に１回当たるごとの得点を５点とする。
- ○　枠の外側に１回当たるごとの得点を２点とする。

洋平さんの求め方で計算すると，枠の内側に当てた回数は 42 回になったよ。

投げた回数は 25 回なのに，枠の内側に当てた回数がそれよりも多い 42 回になるのはおかしいよ。

手順◇1　投げた回数の 25 に得点の２をかけると，
$25 \times 2 = 50$
手順◇2　合計得点の 92 から 50 をひくと，
$92 - 50 = 42$



連立方程式を使って求めると，枠の内側に 14 回，枠の外側に 11 回当てたことがわかるね。

どうして今度は洋平さんの求め方では求めることができなかったのかな。

枠の内側に当てた回数を x 回，
枠の外側に当てた回数を y 回とすると，

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 2y = 92 \end{cases}$$

これを解くと，$x = 14$，$y = 11$

2．得点設定２でもすぐに求められる方法を説明する。

得点設定が変わっても，すぐに求められる方法を考えます。得点設定１のときには，洋平さんの求め方が正しいことを連立方程式を解く過程を振り返って確認しましたね。同じようにして考えてみましょう。

得点設定１で考えたときと比べてみると，手順◇1，◇2のところは同じようになっているよ。

得点設定１のときは，手順◇2で回数を求めることができたよね。

$3x = 42$ の両辺を３でわるという計算はなかったよね。

そうか。ということは，洋平さんの求め方に「手順◇2の計算結果を３でわる」という手順◇3を加えればいいんだ。

○連立方程式を用いた求め方

枠の内側に当てた回数を x 回，
枠の外側に当てた回数を y 回とすると，

$$\begin{cases} x + y = 25 & \cdots\cdots ① \\ 5x + 2y = 92 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①の両辺を２倍すると，
$2x + 2y = 50$　……③

②から③をひくと，

$$\begin{array}{rl} & 5x + 2y = 92 \\ -) & 2x + 2y = 50 \\ \hline & 3x \qquad = 42 \\ & x \qquad = 14 \end{array}$$

○洋平さんの求め方を使った考え方

手順◇1　投げた回数の 25 に，枠の外側に１回当たるごとの得点の２をかけて，
$25 \times 2 = 50$

手順◇2　合計得点の 92 から手順◇1の計算結果 50 をひくと，
$92 - 50 = 42$

手順◇3を新たに加える
手順◇2の計算結果を３でわると，
$42 \div 3 = 14$

よって，枠の内側に当てた回数は 14 回

洋平さんの求め方に新たな手順③として「手順②の計算結果を３でわる」を加えることで，枠の内側に当てた回数をすぐに求めることができました。
手順③において，わる数の３はどんな数かを説明してみましょう。

$5x-2x$をして$3x$がでてきたから両辺を３でわったよね。

５－２＝３。つまりxの係数の差ということだね。

３はxの係数の差を表しているのですね。xの係数の５と２は何を表していますか。

$5x$のxの係数５は，枠の内側に当たる得点の５点を表し，$2x$のxの係数２は，枠の外側に当たる得点の２点を表しています。

だから，わる数の３は，枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点との差だといえます。

得点設定２　すぐに求められる方法

手順① 投げた回数に，枠の外側に１回当たるごとの得点をかける。
手順② 合計得点から手順①の計算結果をひく。
手順③ 手順②の計算結果を③でわる。

わる数の３は，枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点との差である。

連立方程式を解く過程を振り返ることで，
新たに加えた手順③のわる数の３の意味がわかりましたね。

３．得点設定１のときの洋平さんの求め方について，振り返って考察する。

得点設定１のときの洋平さんの求め方に，
手順③が必要なかったのはどうしてでしょうか。

得点設定２で得点の差が３ということから手順③を加えたけど，得点設定１ではどうなるかな。

得点の差は１だから，
手順③として「手順②の計算結果を得点差１でわる」が隠れていたんだね。

計算結果を１でわっても結果は同じだから，
得点設定１で手順③が必要なかったんだね。

得点設定１
○　枠の内側に１回当たるごとの得点を３点
○　枠の外側に１回当たるごとの得点を２点

洋平さんの求め方

手順① 投げた回数に，枠の外側に１回当たるごとの得点をかける。
手順② 合計得点から手順①の計算結果をひく。

（手順③　手順②の計算結果を得点差１でわる。）

【活用のポイント】

○　新たに加えた手順である「手順②の計算結果を３でわる。」を見いだした過程を振り返ったり，文字を用いた式の意味を読み取ったりすることで，わる数の３はどんな数であるかについて，事柄の特徴を捉え，それを数学的に説明することが大切である。

○　得点設定をいろいろに変えても，枠の内側に当てた回数をすぐに求めることができるようにするために，手順③について「手順②の計算結果を得点差でわればよい」ということを見いだす場面を設定することも考えられる。